ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.**

III РАЗРЕД

1. У воћњаку је 27 стабала шљива и 19 стабала кајсија, а стабала јабука је 11 мање него шљива и кајсија укупно. Колико је укупно стабала шљива, кајсија и јабука у воћњаку?

2. Ако број дединих година смањиш 9 пута и добијени број смањиш за 6, добићеш број 3. Колико година има деда?

3. Запиши римским цифрама X, C и D бројеве који нису мањи од 190, а који су мањи од 600. У запису једног броја не мораш да користиш све римске цифре, а исту цифру можеш највише два пута да поновиш.

4. Колико пута се употреби цифра 6 у записима бројева пете стотине?

5. Број a је највећи непаран број шесте стотине. Број b је најмањи паран број друге стотине који настаје изостављањем седам цифара у низу цифара 2501687943, без мењања њиховог редоследа. Одреди разлику $a - b$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања**.

1. У воћњаку је укупно 27 + 19 = 46 стабала шљива и кајсија [**6 поена**]. Стабала јабука има 46 – 11 = 35 [**6 поена**]. Укупно стабала шљива, кајсија и јабука има 46 + 35 = 81 [**8 поена**].

2. Одредимо прво број који добијамо када се број дединих година смањи 9 пута. Како је број 3 за 6 мањи од тог броја, имамо да је број који је 9 пута мањи од броја дединих година 3 + 6 = 9 [**10 поена**], а број дединих година је 9 · 9 = 81 [**10 поена**].

3. (**МЛ 57-1**) Тражени бројеви су CXC, CC, CCX, CCXX, CD, CDX, CDXX, CDXC, D, DX, DXX, DXC. (За 1-4 тачно наведена броја: сваки по 1 поен; сваки следећи тачно наведени број по 2 поена.)

4. (**МЛ 56-1**) Пету стотину чине бројеви од 401 до 500 [**2 поена**]. На месној вредности стотина цифра 6 се не појављује. На месној вредности десетица цифра 6 се појављује 10 пута (у бројевима 460, 461, ..., 469) [**8 поена**]. На месној вредности јединица цифра 6 се појављује, такође, 10 пута (у бројевима 406, 416, ..., 496) [**8 поена**]. Дакле, у петој стотини цифра 6 се укупно јавља 10 + 10 = 20 пута [**2 поена**].
Напомена: Максималним бројем поена бодовати и ако ученик запише све бројеве у којима се јавља цифра 6 и преброји.

5. (**МЛ 55-5**) Највећи непаран број шесте стотине је a = 599 [**4 поена**]. Најмањи паран број друге стотине који се добија изостављањем седам цифара је b = 164 [**10 поена**]. Тражена разлика је $a - b$ = 599 – 164 = 435 [**6 поена**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

IV РАЗРЕД

1. Сада је 20 часова и 12 минута. Приказивање филма је почело пре 24 минута, а завршава се у 21 час и 49 минута. Колико траје филм, ако се за време приказивања филма емитују 3 рекламна блока од по 7 минута?

2. У зоолошком врту у три кавеза смештени су зечеви, змије и птице. Деца су укупно у сва три кавеза пребројала 24 главе, 14 крила и 62 ноге. Колико је зечева, змија и птица у тим кавезима?

3. Напиши све четвороцифрене бројеве чији је збир цифара 7 и чија је цифра стотина мања од 2, а цифра десетица већа од 4.

4. Патике су за 260 динара скупље од ранца. Након повећања њихових цена, патике су за 290 динара скупље од ранца. За колико динара је повећана цена ранца, ако је цена патика повећана за 80 динара?

5. Правоугаоник се састоји из 5 једнаких квадрата. Израчунај обим једног од тих квадрата ако је обим правоугаоника једнак 84 cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

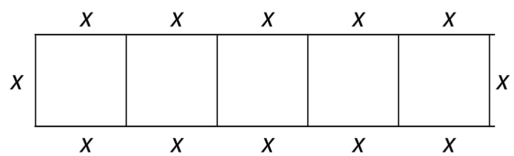
1. Од 20 h 12 min до краја филма у 21 h 49 min прође 1 h 37 min [**6 поена**], тј. 97 min. Како је филм почео 24 min пре 20 h 12 min, од почетка па до краја филма прошло је 97 min + 24 min = 121 min [**6 поена**]. Како су рекламе трајале 3 · 7 min = 21 min [**2 поена**], филм је трајао 121 min – 21 min = 100 min = 1 h 40 min [**6 поена**].

2. Како само птице имају крила, то је у кавезима 14 : 2 = 7 птица [**6 поена**]. Само птице имају 7 · 2 ноге = 14 ногу. Како змије немају ноге, преосталих 62 – 14 = 48 ногу су зечије [**4 поена**]. Дакле, у кавезима је 48 : 4 = 12 зечева [**4 поена**]. Када од укупног броја глава одузмемо број птичијих и зечијих глава, добије се број змијских глава, а самим тим и број змија је 24 – (7 + 12) = 5 [**6 поена**]. Дакле, у кавезима је 7 птица, 12 зечева и 5 змија.

3. (**МЛ 55-1**) Цифра на месној вредности стотина је мања од 2, што значи да може бити 0 или 1. Цифра десетица је већа од 4, али мора бити мања од 7 (збир цифара је 7, а на месној вредности јединица хиљада мора бити цифра различита од 0), па она може бити 5 или 6. Тражени бројеви су 1051, 2050, 1060, 1150 [сваки тачан број **по 5 поена**].

4. (**МЛ 57-1**) Означимо цену патика са P, а цену ранца са R. Тада је, $P – R$ = 260 [**2 поена**]. Ако је цена патика повећана за 80 динара, тада је разлика у цени патика и ранца $(P + 80) – R = 260 + 80 = 340$ [**9 поена**]. Како је након повећања и цене ранца разлика у њиховим ценама 290 динара, то је $(P + 80) – (R + x) = 290 = 340 – 50$, па закључујемо да је цена ранца повећана за 50 динара [**9 поена**].

5. (**МЛ 57-1**) Правоугаоник који се састоји од 5 квадрата дат је на слици.



Ако дужину странице квадрата означимо са x, тада се обим правоугаоника састоји из 12 таквих дужина [**6 поена**], па је странице квадрата 84 cm : 12 = 7 cm [**7 поена**]. Обим једног од тих квадрата је 4 · 7 cm = 28 cm [**7 поена**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

V РАЗРЕД

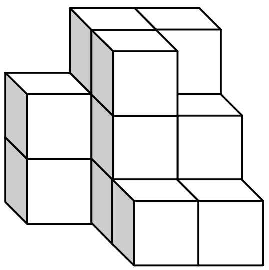
1. У петом разреду једне школе има 60 ученика од којих 39 за ужину купује кифле, 28 купује переце, а 16 ученика и кифле и переце. Колико ученика не купује ни кифле ни переце?

2. Запиши све подскупове скупа $\left\{\frac{1}{9},\frac{2}{9},\frac{3}{9},\frac{4}{9},\frac{5}{9}\right\}$ такве да је збир свих елемената тог подскупа мањи од $\frac{7}{9}$.

3. Одреди све шестоцифрене бројеве облика $\overline{202a2b}$ који су дељиви и са 3 и са 4.

4. Дат је правоугаоник *ABCD* и тачке *E* и *F* такве да је *E* између *A* и *B*, а тачка *F* између *C* и *D*. Запиши све троуглове чија темена припадају скупу {*A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*}?

5. Мила је направила тело од 15 једнаких коцки (види слику). Израчунај површину и запремину овог тела ако је површина стране која је на тлу једнака 112 cm^2.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Од 39 ученика који купују кифле, њих 16 купује и кифле и переце, а њих 23 купује само кифле [**6 поена**]. Од 28 ученика који купују переце, њих 16 купује и кифле и переце, а њих 12 купује само переце [**6 поена**]. Дакле, барем нешто од кифли и переца купује 16 + 23 + 12 = 51 ученик [**4 поена**], а њих 60 – 51 = 9 не купује ни кифле ни переце [**4 поена**].

2. Тражених подскупова има 12: $\left\{\frac{1}{9}\right\}$, $\left\{\frac{2}{9}\right\}$, $\left\{\frac{3}{9}\right\}$, $\left\{\frac{4}{9}\right\}$, $\left\{\frac{5}{9}\right\}$, $\left\{\frac{1}{9},\frac{2}{9}\right\}$, $\left\{\frac{1}{9},\frac{3}{9}\right\}$, $\left\{\frac{1}{9},\frac{4}{9}\right\}$, $\left\{\frac{1}{9},\frac{5}{9}\right\}$, $\left\{\frac{2}{9},\frac{3}{9}\right\}$, $\left\{\frac{2}{9},\frac{4}{9}\right\}$ и $\left\{\frac{1}{9},\frac{2}{9},\frac{3}{9}\right\}$ [Првих 5 тачно наведених подскупова бодовати са по 1 поен, следећих шест са по 2 поена и последњи са 3 поена. За сваки нетачно наведени подскуп одузети по 1 поен. Укупан број поена не може бити негативан].

3. (**МЛ 57-1**) Из $4\,|\,\overline{202a2b}$ следи $4\,|\,\overline{2b}$, па је $b\in\{0,4,8\}$. Да би $3\,|\,\overline{202a2b}$ мора да $3\,|\,(6+a+b)$. Ако је:

а) $b = 0$, онда $3\,|\,(6+a)$ па је $a\in\{0,3,6,9\}$ и тражени бројеви су 202020, 202320, 202620, 202920 [Сваки тачно одређен број **по 2 поена**];

б) $b = 4$, онда $3\,|\,(10+a)$ па је $a\in\{2,5,8\}$ и тражени бројеви су 202224, 202524, 202824 [Сваки тачно одређен број **по 2 поена**];

в) $b = 8$, онда $3\,|\,(14+a)$ па је $a\in\{1,4,7\}$ и тражени бројеви су 202128, 202428, 202728 [Сваки тачно одређен број **по 2 поена**].

4. (**МЛ 56-3**) У сваком троуглу једно теме мора бити са једне од страница *AB* или *CD*, а друга два са наспрамне странице. Постоји 18 тражених троуглова: *AED*, *ABD*, *EBD*, *AEF*, *ABF*, *EBF*, *AEC*, *ABC*, *EBC*, *ADF*, *ADC*, *AFC*, *EDF*, *EDC*, *EFC*, *BDF*, *BDC*, *BFC* [Сваки тачно наведени троугао по 1 поен. Ако ученик наведе све троуглове 20 поена].

5. (**МЛ 56-1**) Тело које је Мила направила додирује тло са 7 коцки које је ређала [**3 поена**]. Дакле, површина стране тела која додирује тло је 7 пута већа од површине једне стране коцке, па је површина једне стране коцке 16 cm^2, а дужина ивице коцке 4 cm [**4 поена**]. Запремина коцке једнака је збиру запремина свих коцки, тј. 15 · 64 cm^3 = 960 cm^3 [**5 поена**]. Да би одредили површину тела, одредимо од колико страна коцке је оно састављено. Ако тело гледамо са предње или задње стране видимо 8 страна коцки, а ако гледамо са леве стране, са десне стране, одоздо и одозго видимо 7 страна. Дакле, тело је састављено од 44 страна коцке па је површина тела 44 · 16 cm^2 = 704 cm^2 [**8 поена**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

VI РАЗРЕД

1. Израчунај вредности израза *a, b, c, d* и *e*, и поређај их по величини од најмање до највеће вредности, ако је:

$$a=-1-|-2|,\quad b=|a-1|,\quad c=|a-b|,$$
$$d=|a|-|b|-|c|,\quad e=|a+b+c+d|.$$

2. Када од једног броја одузмемо његових $\frac{5}{8}$, а затим одузмемо $\frac{5}{6}$ од остатка и на крају одузмемо 10 остаје 0. Који је то број?

3. Нацртај квадрат *ABCD*, па конструиши тачку *O* на страници *AB* и тачку *T* на страници *CD* тако да је $AO=\frac{1}{4}AB$ и $CT=\frac{1}{4}CD$. Конструиши фигуру осносиметричну квадрату *ABCD* у односу на праву *OT*.

4. Израчунај мере оштрих углова правоуглог троугла ако је један од њих пет пута већи од другог, а затим израчунај меру оштрог угла који граде симетрале оштрих углова тог правоуглог троугла.

5. Одреди све могућности за цифре *x*, *y* и *z* тако да је број $\overline{x2y3z4}$ дељив са 72.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

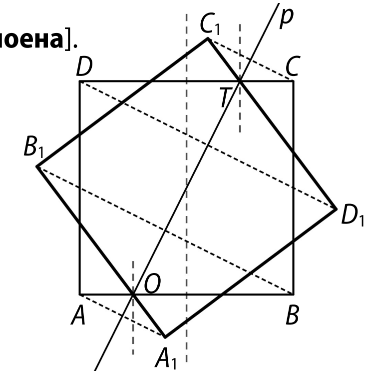
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. $a=-1-|-2|=-3$ [**2 поена**], $b=|a-1|=|-3-1|=4$ [**4 поена**], $c=|a-b|=|-3-4|=7$ [**4 поена**], $d=|a|-|b|-|c|=|-3|-|4|-|7|=-8$ [**4 поена**] и $e=|a+b+c+d|=|-3+4+7-8|=0$ [**4 поена**]. Коначно,

$d<a<e<b<c$ [**2 поена**].

2. (**МЛ 55-4**) Означимо непознати број са *x*. Ако од *x* одузмемо његових $\frac{5}{8}$ остају $\frac{3}{8}x$ [**5 поена**]. Ако од овог остатка одузмемо његових $\frac{5}{6}$ остаје $\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{8}x=\frac{1}{16}x$ [**5 поена**]. Ако од овога одузмемо 10 добијамо 0, па имамо да је $\frac{1}{16}x-10=0$ [**5 поена**], одакле је $x=160$ [**5 поена**].



3. (**МЛ 56-1**) Тачно конструисане тачке *O* и *T* **по 3 поена**. Тачно одређена оса симетрије **2 поена**. Свако тачно пресликано теме квадрата по **3 поена**.

4. (**МЛ 57-1**) Збир оштрих углова правоуглог троугла је $\alpha+\beta=\alpha+5\alpha=6\alpha=90°$. Један оштар угао је $\alpha=15°$, а други је $\beta=75°$ [**10 поена**]. Угао између симетрала оштрих углова налазимо из једначине $\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}+\varphi=180°$. Сада је $\varphi=135°$ [**8 поена**], а мера оштрог угла између симетрала је 45° [**2 поена**].

5. (**МЛ 55-1**) Број је дељив са 72 ако је дељив и са 8 и са 9. Број је дељив са 8 ако је троцифрени завршетак дељив са 8, па $8\,|\,\overline{3z4}$, одакле је $z\in\{0, 4, 8\}$. У зависности од *z* разматраћемо дељивост збира $9+x+y+z$ са 9 и у зависности од могућих вредности за *x* и *y* одредићемо тражене вредности.

z	$x+y$											
0	9 или 18	*x*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
		y	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9
4	5 или 14	*x*	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9
		y	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
8	1 или 10	*x*	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		y	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Задатак има 30 решења. За свака 3 тачна решења по 2 поена.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

VII РАЗРЕД

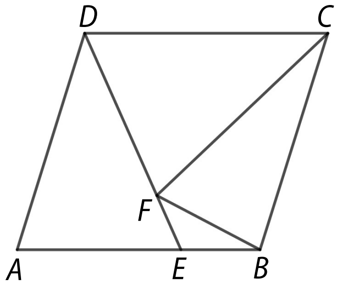
1. Наградни фонд на једном кошаркашком турниру износи 70000 динара. Тај износ треба поделити тако да се награде за првопласираног и другопласираног односе као 5 : 4, а другопласираног и трећепласираног као 3 : 2. Колико новца ће добити сваки од та три тима?

2. Израчунај површину троугла чија су темена
$A(0, -1)$, $B(5, -1)$ и $C(8, 3)$.

3. Израчунати вредност израза $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$.

4. У сушару је донето 1000 kg свежих шљива, које садрже 90% воде. После три дана сушења, маса шљива се смањила на 500 kg. Колико процената влаге садрже шљиве после та три дана сушења?

5. На слици је дат паралелограм $ABCD$ такав да је $AB = CD = 18$ cm. Тачка F је у унутрашњости паралелограма, а пресек правих DF и AB је тачка E. Ако је $AE = 12$ cm и површине троуглова EBF и FCD су редом једнаке 30 cm^2 и 162 cm^2, израчунај површину троугла BCF.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

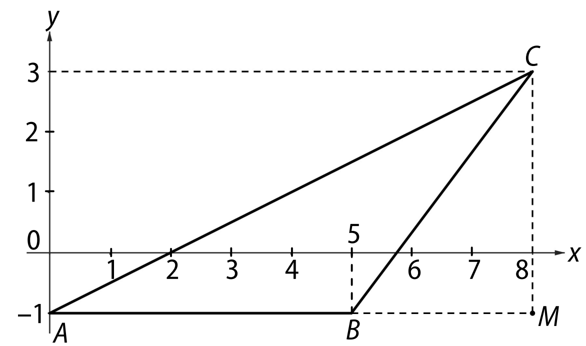
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 57-1**) Ако означимо првопласиране, другопласиране и трећепласиране редом са P, D и T, имаћемо да је $P + D + T = 70000$. По услову задатка је $P : D = 5 : 4$ и $D : T = 3 : 2$, одакле је $P : D : T = 15 : 12 : 8$ [**10 поена**]. На основу особина пропорција је $P = 15k$, $D = 12k$, $T = 8k$, тј. $15k + 12k + 8k = 70000$ [**5 поена**]. Одавде је $k = 2000$, па је $P = 30000$, $D = 24000$, $T = 16000$ [**5 поена**].

2. Страница троугла ABC је $AB = 5$ [**5 поена**], а њој одговарајућа висина $CM = 4$ [**5 поена**]. Тражена површина је

$$P=\frac{AB\cdot CM}{2}=10$$

[**10 поена**].

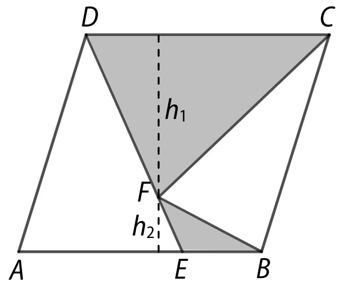


3. (**МЛ 57-1**)

$$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=$$
$$=|2-\sqrt{2}|+|1-\sqrt{3}|-|\sqrt{2}-\sqrt{3}| \quad [10 \text{ поена}]$$
$$=2-\sqrt{2}+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+\sqrt{2} \quad [5 \text{ поена}]=1 \quad [5 \text{ поена}].$$

4. Приликом сушења се смањује количина воде, док количина „суве материје“ остаје иста. Како у 1000 kg имамо 90% воде и 10% суве материје то значи да је количина суве материје у свежим шљивама тачно 100 kg [**10 поена**]. Та количина је задржана и након сушења, па у 500 kg просушених шљива опет имамо 100 kg суве материје (20% масе) и 400 kg воде што износи 80% процената укупне масе [**10 поена**].

5. (**МЛ 55-4**) Из $P_{EBF} = 30$ cm^2 налазимо да је висина $h_2 = 10$ cm [**5 бодова**], а из $P_{FCD} = 162$ cm^2 налазимо $h_1 = 18$ cm [**5 бодова**]. Висина паралелограма је 18 cm + 10 cm = 28 cm. Површина паралелограма је $P = 18$ cm · 28 cm = 504 cm^2 [**5 бодова**], па закључујемо да је површина траженог троугла



$$P=\left(504-162-30-\frac{12\cdot 28}{2}\right)\text{ cm}^2$$ тј. $P = 144$ cm^2 [**5 поена**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

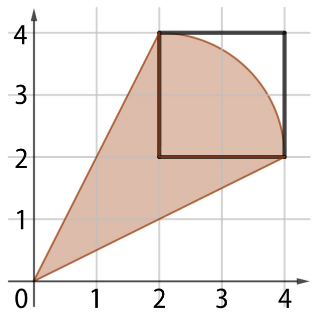
VIII РАЗРЕД

1. Колико равни је одређено са две различите паралелне праве и две различите тачке?

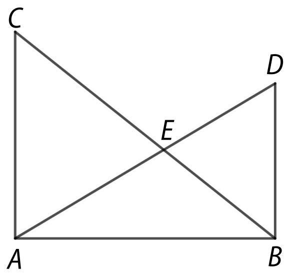
2. Милан је одрезао две деветине једне траке, а затим још 55 cm. Када је ово урадио остало му је тачно 7 cm мање од $\frac{4}{9}$ дужине траке пре сечења. Одреди дужине траке пре сечења и након сечења.

3. Реши једначину $\left|3\cdot x+\frac{2021}{a}+1\right|=3\cdot\frac{2022}{b}$, где је a најмањи прост делилац броја 2021, а b највећи прост делилац броја 2022.

4. У правоуглом координатном систему дата је фигура, као на слици. Ако је дужина јединичне дужи 1 cm, израчунај обим и површину те фигуре.



5. Хипотенузе BC и AD правоуглих троуглова ABC и ABD, секу се у тачки E. Ако је AC = 8 cm и BD = 6 cm, израчунај растојање тачке E од дужи AB.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

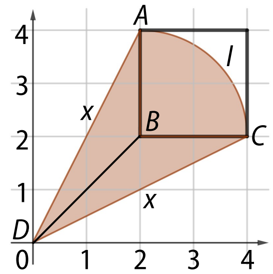
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 56-1**) Разликујемо 3 случаја:
1°) Ако се обе тачке налазе у равни које одређују две паралелне праве, онда одређују 1 раван [**5 поена**];
2°) Ако се 1 тачка налази у равни које одређују две паралелне праве, онда одређују 3 равни [**7 поена**];
3°) Ако се тачке не налазе у равни које одређују две паралелне праве, онда одређују 5 равни [**8 поена**].

2. Нека је x дужина траке пре сечења. Тада је $x-\left(\frac{2}{9}x+55\right)=\frac{4}{9}x-7$ [**5 поена**]. Решавањем једначине добијамо да је x = 144 cm [**10 поена**]. Дужина траке након сечења је 57 cm [**5 поена**].

3. (**МЛ 56-1**) Како је 2021 = 43 · 47, а 2022 = 2 · 3 · 337 закључујемо да је a = 43 и b = 337 [**5 поена**]. Заменом ових вредности у почетној једначини, након скраћивања, добијамо $|3x + 48| = 18$ [**5 поена**], одакле је једно решење $x = -10$ [**5 поена**], а друго $x = -22$ [**5 поена**].

4. (**МЛ 55-4**) Нека је $DA = DC = x$. Тада је $x = \sqrt{4^2+2^2}\ \text{cm}=2\sqrt{5}$ cm [**4 поена**], $l = \pi$ cm [**4 поена**], па је $O = 2x + l = (4\sqrt{5} + \pi)$ cm [**2 поена**]. Површина фигуре једнака је збиру површина два троугла (4 cm²) [**4 поена**] и четвртине круга (π cm²) [**4 поена**], па је $P=(4+\pi)\ \text{cm}^2$ [**2 поена**].



5. Нека је M подножје нормале из E на AB. Тада су троуглови AME и ABD слични, а такође и EMB и CAB јер имају по два одговарајућа угла једнака. Из ових сличности имамо $8 : EM = AB : MB$ и $6 : EM = AB : AM$ [**7 поена**]. Одавде је $8MB = 6AM$ тј. $\frac{AM}{MB}=\frac{4}{3}$ [**7 поена**]. Из пропорције $6 : EM = AB : AM = 7 : 4$, следи да је $EM=3\frac{3}{7}$ cm [**6 поена**].